

1. (i) Napišite formulu za determinantu i inverz opće matrice drugog reda.
(ii) Odredite inverznu matricu matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$. Provjerite.
(iii) Provjerite je li matrica $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & -4 & -2.5 \\ -2 & 5 & 2.5 \end{pmatrix}$ inverzna matrica matrice $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.
2. (i) Zapišite formulu za potenciranje kompleksnog broja u trigonometrijskom obliku i objasnite.
(ii) Predočite približno u kompleksnoj ravnini broj z za koji je $|z| = 2$ i kut $\alpha = 45^\circ$.
(iii) Odredite trigonometrijski prikaz od z iz (ii), te izračunajte i predočite u kompleksnoj ravnini broj z^3 .
3. Zadani su vektori $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$.
(i) Napišite formulu za kut medju vektorima \vec{a} i \vec{b} .
(ii) Izračunajte kut medju vektorima $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$.
(iii) Napišite pomoću determinante vektorski produkt za $\vec{a} \times \vec{b}$ općenito i posebno za vektore iz (ii).
4. (i) Napišite u matricnom obliku sustav

$$\begin{aligned} 5x + 2z &= 1 \\ y + z &= 3 \\ 4x - 2y &= 6. \end{aligned}$$

- (ii) Riješite sustav (i) pomoću inverzne matrice.
 - (iii) Riješite sustav (i) Kramerovim pravilom.
5. (i) Zapišite matrično rotaciju ravnine oko ishodišta za kut $\alpha = 60^\circ$.
(ii) Odredite geometrijsku sliku točke $T(1, 4)$ pri preslikavanju (i) tj. koristeći se crtežom.
(iii) Odredite analitičku sliku točke $T(1, 4)$ pri preslikavanju (i) tj. odredite joj koordinate.

Napomena: svaki podzadatak nosi po 1 bod.

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, DRUGI DIO - GRUPA A 21. studenog 2008.

1. Zadane su matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

- (i) Izračunajte $\det A$ i $\det B$. (1 bod)
 - (ii) Imaju li matrice A i B inverzne matrice? Obrazložite odgovor. Nađite te inverzne matrice, ako postoje. (2 boda)
2. (i) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = 6 + 6\sqrt{3}i$, $z_2 = 3 + 3i$. (1 bod)
- (ii) Izrazite $\frac{z_1}{z_2}$ i $z_1 \cdot z_2$ u trigonometrijskom obliku. (1 bod)
 - (iii) Predočite $\frac{z_1}{z_2}$ u kompleksnoj ravnini. (1 bod)
3. Zadana su tri vrha paralelograma $ABCD$: $A(1, 1, 0)$, $B(-1, 1, 0)$ i $C(-1, -1, 0)$.
- (i) Odredite koordinate točke D . (1 bod)
 - (ii) Napišite matricu simetrije obzirom na xy ravninu i nađite sliku $A'B'C'D'$ paralelograma $ABCD$ s obzirom na tu simetriju. (1 bod)
 - (iii) Nađite transformaciju inverznu transformaciji iz (ii) i primijenite je na paralelogram $A'B'C'D'$. (1 bod)
4. Zadani su vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.
- (i) Provjerite jesu li \vec{a} i \vec{b} ortogonalni? (1 bod)
 - (ii) Izračunajte $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. Jesu li vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} komplanarni? (1 bod)
 - (iii) Izračunajte kut između vektora \vec{c} i $\vec{a} + \vec{b}$. (1 bod)
5. Pomoću elementarnih matričnih transformacija riješite sustav

$$\begin{aligned} 2x + y - z + u &= 6 \\ x - y + 2u &= 1 \\ y + z + u &= 0 \\ x + y - z - u &= 4. \end{aligned} \quad (3 \text{ boda})$$

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, DRUGI DIO - GRUPA A 21. studenog 2008.

1. Zadane su matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

- (i) Izračunajte $\det A$ i $\det B$. (1 bod)
 - (ii) Imaju li matrice A i B inverzne matrice? Obrazložite odgovor. Nađite te inverzne matrice, ako postoje. (2 boda)
2. (i) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = 6 + 6\sqrt{3}i$, $z_2 = 3 + 3i$. (1 bod)
- (ii) Izrazite $\frac{z_1}{z_2}$ i $z_1 \cdot z_2$ u trigonometrijskom obliku. (1 bod)
 - (iii) Predočite $\frac{z_1}{z_2}$ u kompleksnoj ravnini. (1 bod)
3. Zadana su tri vrha paralelograma $ABCD$: $A(1, 1, 0)$, $B(-1, 1, 0)$ i $C(-1, -1, 0)$.
- (i) Odredite koordinate točke D . (1 bod)
 - (ii) Napišite matricu simetrije obzirom na xy ravninu i nađite sliku $A'B'C'D'$ paralelograma $ABCD$ s obzirom na tu simetriju. (1 bod)
 - (iii) Nađite transformaciju inverznu transformaciji iz (ii) i primijenite je na paralelogram $A'B'C'D'$. (1 bod)
4. Zadani su vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.
- (i) Provjerite jesu li \vec{a} i \vec{b} ortogonalni? (1 bod)
 - (ii) Izračunajte $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. Jesu li vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} komplanarni? (1 bod)
 - (iii) Izračunajte kut između vektora \vec{c} i $\vec{a} + \vec{b}$. (1 bod)
5. Pomoću elementarnih matričnih transformacija riješite sustav

$$\begin{aligned} 2x + y - z + u &= 6 \\ x - y + 2u &= 1 \\ y + z + u &= 0 \\ x + y - z - u &= 4. \end{aligned} \quad (3 \text{ boda})$$

1. (i) Zapišite matricno rotaciju ravnine oko ishodišta za kut $\alpha = 30^\circ$.
(ii) Odredite geometrijsku sliku točke $T(1, 4)$ pri preslikavanju (i) tj. koristeći se crtežom.
(iii) Odredite analitičku sliku točke $T(1, 4)$ pri preslikavanju (i) tj. odredite joj koordinate.
2. (i) Napišite formulu za determinantu i inverz opće matrice drugog reda.
(ii) Odredite inverznu matricu matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$. Provjerite.
(iii) Provjerite je li matrica $B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -2.5 \\ 1 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 2.5 \end{pmatrix}$ inverzna matrica matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$.
3. (i) Napišite u matricnom obliku sustav

$$\begin{aligned} 5y + 2z &= 1 \\ x + z &= 3 \\ -2x + 4y &= 6. \end{aligned}$$

- (ii) Riješite sustav (i) pomoću inverzne matrice.
- (iii) Riješite sustav (i) Kramerovim pravilom.
4. (i) Zapišite formulu za potenciranje kompleksnog broja u trigonometrijskom obliku i objasnite.
(ii) Predočite približno u kompleksnoj ravnini broj z za koji je $|z| = 2$ i kut $\alpha = 60^\circ$.
(iii) Odredite trigonometrijski prikaz od z iz (ii), te izračunajte i predočite u kompleksnoj ravnini broj z^3 .

$$5. \text{ Zadani su vektori } \vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \text{ i } \vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}.$$

- (i) Napišite formulu za kut medju vektorima \vec{a} i \vec{b} .
- (ii) Izračunajte kut medju vektorima $\vec{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$.
- (iii) Napišite pomoću determinante vektorski produkt za $\vec{a} \times \vec{b}$ općenito i posebno za vektore iz (ii).

Napomena: svaki podzadatak nosi po 1 bod.

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, DRUGI DIO - GRUPA B 21. studenog 2008.

1. Zadana su tri vrha paralelograma $ABCD$: $A(-1, 1, 0)$, $B(1, -1, 0)$ i $C(1, 1, 0)$.

- (i) Odredite koordinate točke D . (1 bod)
- (ii) Napišite matricu simetrije obzirom na xy ravninu i nađite sliku $A'B'C'D'$ paralelograma $ABCD$ s obzirom na tu simetriju. (1 bod)
- (iii) Nađite transformaciju inverznu transformaciji iz (ii) i primijenite je na paralelogram $A'B'C'D'$. (1 bod)

2. Zadani su vektori $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

- (i) Provjerite jesu li \vec{a} i \vec{b} ortogonalni? (1 bod)
- (ii) Izračunajte $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. Jesu li vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} komplanarni? (1 bod)
- (iii) Izračunajte kut između vektora \vec{c} i $\vec{a} + \vec{b}$. (1 bod)

3. Pomoću elementarnih matricnih transformacija riješite sustav

$$\begin{aligned} -x + y + 2z + u &= 6 \\ 2y + z - u &= 1 \\ x + y + u &= 0 \\ -x - y + z + u &= 4. \end{aligned} \quad (3 \text{ boda})$$

4. (i) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = -4 + 4\sqrt{3}i$, $z_2 = 2 - 2i$. (1 bod)

(ii) Izrazite $\frac{z_1}{z_2}$ i $z_1 \cdot z_2$ u trigonometrijskom obliku. (1 bod)

(iii) Predočite $\frac{z_1}{z_2}$ u kompleksnoj ravnini. (1 bod)

5. Zadane su matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

- (i) Izračunajte $\det A$ i $\det B$. (1 bod)
- (ii) Imaju li matrice A i B inverzne matrice? Obrazložite odgovor. Nađite te inverzne matrice, ako postoje. (2 boda)

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, DRUGI DIO - GRUPA B 21. studenog 2008.

1. Zadana su tri vrha paralelograma $ABCD$: $A(-1, 1, 0)$, $B(1, -1, 0)$ i $C(1, 1, 0)$.

- (i) Odredite koordinate točke D . (1 bod)
- (ii) Napišite matricu simetrije obzirom na xy ravninu i nađite sliku $A'B'C'D'$ paralelograma $ABCD$ s obzirom na tu simetriju. (1 bod)
- (iii) Nađite transformaciju inverznu transformaciji iz (ii) i primijenite je na paralelogram $A'B'C'D'$. (1 bod)

2. Zadani su vektori $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

- (i) Provjerite jesu li \vec{a} i \vec{b} ortogonalni? (1 bod)
- (ii) Izračunajte $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. Jesu li vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} komplanarni? (1 bod)
- (iii) Izračunajte kut između vektora \vec{c} i $\vec{a} + \vec{b}$. (1 bod)

3. Pomoću elementarnih matricnih transformacija riješite sustav

$$\begin{aligned} -x + y + 2z + u &= 6 \\ 2y + z - u &= 1 \\ x + y + u &= 0 \\ -x - y + z + u &= 4. \end{aligned} \quad (3 \text{ boda})$$

4. (i) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = -4 + 4\sqrt{3}i$, $z_2 = 2 - 2i$. (1 bod)

(ii) Izrazite $\frac{z_1}{z_2}$ i $z_1 \cdot z_2$ u trigonometrijskom obliku. (1 bod)

(iii) Predočite $\frac{z_1}{z_2}$ u kompleksnoj ravnini. (1 bod)

5. Zadane su matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

- (i) Izračunajte $\det A$ i $\det B$. (1 bod)
- (ii) Imaju li matrice A i B inverzne matrice? Obrazložite odgovor. Nađite te inverzne matrice, ako postoje. (2 boda)

1. Zadani su vektori $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$.

(i) Napišite formulu za kut medju vektorima \vec{a} i \vec{b} .

(ii) Izračunajte kut medju vektorima $\vec{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$.

(iii) Napišite pomoću determinante vektorski produkt za $\vec{a} \times \vec{b}$ općenito i posebno za vektore iz (ii).

2. (i) Napišite u matičnom obliku sustav

$$\begin{aligned} 5x + 2y &= 1 \\ y + z &= 3 \\ 4x - 2z &= 6. \end{aligned}$$

(ii) Riješite sustav (i) pomoću inverzne matrice.

(iii) Riješite sustav (i) Kramerovim pravilom.

3. (i) Zapišite formulu za potenciranje kompleksnog broja u trigonometrijskom obliku i objasnite.

(ii) Predočite približno u kompleksnoj ravnini broj z za koji je $|z| = 2$ i kut $\alpha = 30^\circ$.

(iii) Odredite trigonometrijski prikaz od z iz (ii), te izračunajte i predočite u kompleksnoj ravnini broj z^3 .

4. (i) Zapišite matično rotaciju ravnine oko ishodišta za kut $\alpha = 45^\circ$.

(ii) Odredite geometrijsku sliku točke $T(1, 4)$ pri preslikavanju (i) tj. koristeći se crtežom.

(iii) Odredite analitičku sliku točke $T(1, 4)$ pri preslikavanju (i) tj. odredite joj koordinate.

5. (i) Napišite formulu za determinantu i inverz opće matrice drugog reda.

(ii) Odredite inverznu matricu matrice $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$. Provjerite.

(iii) Provjerite je li matrica $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 2.5 \\ 2 & -4 & -2.5 \end{pmatrix}$ inverzna matrica matrice $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Napomena: svaki podzadatak nosi po 1 bod.

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, DRUGI DIO - GRUPA C 21. studenog 2008.

1. Zadani su vektori $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.

- (i) Provjerite jesu li \vec{a} i \vec{b} ortogonalni? (1 bod)
- (ii) Izračunajte $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. Jesu li vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} komplanarni? (1 bod)
- (iii) Izračunajte kut između vektora \vec{c} i $\vec{a} + \vec{b}$. (1 bod)

2. Zadane su matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

- (i) Izračunajte $\det A$ i $\det B$. (1 bod)
 - (ii) Imaju li matrice A i B inverzne matrice? Obrazložite odgovor. Nađite te inverzne matrice, ako postoje. (2 boda)
3. (i) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = 3 - 3\sqrt{3}i$, $z_2 = -2 + 2i$. (1 bod)
- (ii) Izrazite $\frac{z_1}{z_2}$ i $z_1 \cdot z_2$ u trigonometrijskom obliku. (1 bod)
 - (iii) Predočite $\frac{z_1}{z_2}$ u kompleksnoj ravnini. (1 bod)

4. Pomoću elementarnih matričnih transformacija riješite sustav

$$\begin{aligned} 2x - z + u &= 1 \\ x - y + z + 2u &= 6 \\ x + y + z &= 0 \\ -x - y + z + u &= 4. \end{aligned} \quad (3 \text{ boda})$$

5. Zadana su tri vrha paralelograma $ABCD$: $A(1, 0, 1)$, $B(-1, 1, 0)$ i $C(-1, 0, 1)$.

- (i) Odredite koordinate točke D . (1 bod)
- (ii) Napišite matricu simetrije obzirom na xy ravninu i nađite sliku $A'B'C'D'$ paralelograma $ABCD$ s obzirom na tu simetriju. (1 bod)
- (iii) Nađite transformaciju inverznu transformaciji iz (ii) i primijenite je na paralelogram $A'B'C'D'$. (1 bod)

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, DRUGI DIO - GRUPA C 21. studenog 2008.

1. Zadani su vektori $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.

- (i) Provjerite jesu li \vec{a} i \vec{b} ortogonalni? (1 bod)
- (ii) Izračunajte $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. Jesu li vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} komplanarni? (1 bod)
- (iii) Izračunajte kut između vektora \vec{c} i $\vec{a} + \vec{b}$. (1 bod)

2. Zadane su matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

- (i) Izračunajte $\det A$ i $\det B$. (1 bod)
 - (ii) Imaju li matrice A i B inverzne matrice? Obrazložite odgovor. Nađite te inverzne matrice, ako postoje. (2 boda)
3. (i) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = 3 - 3\sqrt{3}i$, $z_2 = -2 + 2i$. (1 bod)
- (ii) Izrazite $\frac{z_1}{z_2}$ i $z_1 \cdot z_2$ u trigonometrijskom obliku. (1 bod)
 - (iii) Predočite $\frac{z_1}{z_2}$ u kompleksnoj ravnini. (1 bod)

4. Pomoću elementarnih matričnih transformacija riješite sustav

$$\begin{aligned} 2x - z + u &= 1 \\ x - y + z + 2u &= 6 \\ x + y + z &= 0 \\ -x - y + z + u &= 4. \end{aligned} \quad (3 \text{ boda})$$

5. Zadana su tri vrha paralelograma $ABCD$: $A(1, 0, 1)$, $B(-1, 1, 0)$ i $C(-1, 0, 1)$.

- (i) Odredite koordinate točke D . (1 bod)
- (ii) Napišite matricu simetrije obzirom na xy ravninu i nađite sliku $A'B'C'D'$ paralelograma $ABCD$ s obzirom na tu simetriju. (1 bod)
- (iii) Nađite transformaciju inverznu transformaciji iz (ii) i primijenite je na paralelogram $A'B'C'D'$. (1 bod)